Uitwerkingen Hoofdstuk 18
Kansverdelingen en toetsen van hypothesen

1.

a. P(3 3 n3 n3 n3 n3) = $\left(\frac{2}{5}\right)^2.\left(\frac{3}{5}\right)^4 \approx 0{,}021$

b. Het aantal mogelijkheden om twee keer een 3 en 4 keer geen drie te kijgen is: $\binom{6}{2} = 15$

c. P(2 keer een drie van de 6 keer) = $\binom{6}{2}.\left(\frac{2}{5}\right)^2.\left(\frac{3}{5}\right)^4 \approx 0{,}311$

2.

a. X : aantal keer wit $\Rightarrow$ P(1 keer wit) = $P(X=3) = \text{binompdf}(10,\frac{1}{6},3) \approx 0{,}155$

b. X: aantal keer rood $\Rightarrow$ P(hoogstens 5 keer rood) = $P(X \le 5) = \text{binomcdf}\left(12,\frac{2}{6},5\right) \approx 0{,}822$

c. X: aantal keer blauw $\Rightarrow$ P(minstens 1 keer blauw) = P($X \ge 1$) = 1 – P(X = 0) =
$1-\text{binompdf}\left(9,\frac{3}{6},0\right)$ = 1 – 0,0019 ≈ 0,998

d. P(5 keer blauw en 3 keer rood en n = 8) = $\binom{8}{5}.\left(\frac{3}{6}\right)^5.\left(\frac{2}{6}\right)^3 \approx 0{,}065$

e. P(8 keer blauw en 5 keer rood en 3 keer wit) = $\frac{16!}{8!.5!.3!}.\left(\frac{3}{6}\right)^8.\left(\frac{2}{6}\right)^5.\left(\frac{1}{6}\right)^3 \approx 0{,}054$

3.

a. X: aantal keer 1^e opslag in. $P(X=5 \mid p=0{,}55 \text{ en } n=10) = \text{binompdf}(10{,}0.55{,}5) \approx 0{,}234$

b. P(alleen laatste 4 opslagen in) = P(n n i i i i) = $0{,}45^2.0{,}55^4 \approx 0{,}019$

4a. X: aantal keer 2 rode knikkers. P(2 rode kn) = $\frac{\binom{6}{2}.\binom{3}{0}}{\binom{9}{2}} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$

$$P(X=3)=\binom{8}{3}.\left(\frac{5}{12}\right)^3.\left(\frac{7}{12}\right)^5=\text{binompdf}\left(8\ ,\ \frac{5}{12},3\right)\approx 0{,}274$$

b. X: aantal keer 2 witte knikkers. $P(2 \text{ witte kn}) = \dfrac{\binom{3}{2}\binom{6}{0}}{\binom{9}{2}}=\dfrac{3}{36}=\dfrac{1}{12}$

$$P(X\le 2)=\ \text{binomcdf}\left(8\ ,\ \frac{1}{12},2\right)\approx 0{,}976$$

c. X: aantal keer verschillende kleuren.

P(2 verschillende) = P(1 rode en 1 witte) = $\dfrac{\binom{3}{1}\binom{6}{1}}{\binom{9}{2}}=\dfrac{18}{36}=\dfrac{1}{2}$

d. P(4 keer 2 rode en 4 keer 2 verschillende) = $\binom{8}{4}.\left(\frac{5}{12}\right)^4.\left(\frac{1}{2}\right)^4\approx 0{,}132$

5.

a. P(minstens 4 succes) = P($X \ge 4$)
b. P(minder dan 8 succes) = P($X < 8$)
c. P($X > 5$) = 1 – P($X \le 5$)
d. P($X \ge 10$) = 1 – P($X \le 9$)
e. P($X < 7$) = P($X \le 6$)
f. P($12 \le X \le 20$) = P($X \le 20$) – P($X \le 11$)
g. P($4 < X < 12$) = P($X \le 11$) - P($X \le 4$)
h. P($2 \le X < 5$) = P($X \le 4$) – P($X \le 1$)
i. P($4 < X \le 8$) = P($X \le 8$) – P($X \le 4$)
j. P(X tussen 8 en 20) = P($8 < X < 20$) = P($X \le 19$) – P($X \le 8$)

6. Binomiaal met $n = 25$ en $p = 0{,}42$; X : aantal keer succes.

a. P($X < 10$) = P($X \le 9$) = binomcdf (25 , 0.42 , 9) ≈ 0,347

b. P($X \ge 8$) = 1 – P($X \le 7$) = 1 – binomcdf(25 , 0.42 , 7) ≈ 0,889

c. P(meer dan 12 succes) = P($X \ge 13$) = 1 – P($X \le 12$) = 1 - binomcdf(25 , 0.42 , 12) ≈ 0,208

d. P(tussen 9 en 16 keer succes) = P($10 \le X \le 15$) = P($X \le 15$) – P($X \le 9$) =
binomcdf (25 , 0.42 , 15) - binomcdf (25 , 0.42 , 9) ≈ 0,631

e. P(minstens 6 keer succes) = P($X \ge 6$) = 1 – P($X \le 5$) = 1 - binomcdf (25 , 0.42 , 5) ≈ 0,982

f. P(9 of 10 keer succes) = P(X = 9) + P(X = 10) = binompdf (25 , 0.42 , 9) + binompdf (25 , 0.42 , 10) ≈ 0,294

7. X: aantal keer appel.

a. P($X \geq 5 \mid n = 10$ en $p = 0{,}5$) = 1 – P($X \leq 4$) = 1 - binomcdf (10,0.5 ,4) ≈ 0,623

b. P(10 < X < 20) = P($X \leq 19$) – P($X \leq 10$) =
binomcdf (25,0.5 ,19) - binomcdf (25,0.5 ,10) ≈ 0,786

c. P($X \geq 61$) = 1 – P($X \leq 60$) = 1 - binomcdf (100,0.5 ,60) ≈ 0,018

d. X: aantal keer kersen ; P(X = 7) = binompdf (35, $\frac{1}{6}$,7) ≈ 0,146

8.
a. X: aantal 65+ ; P($X \geq 21$) = 1 – P($X \leq 20$) = 1 - binomcdf (80,0.137 ,20) ≈ 0,002

b. X: aantal uit klasse 20 – 39 ⇒ P($X \leq 15$) = binomcdf (80,0.286 ,15) ≈ 0,030

c. X: aantal uit klasse 40 – 64 ; 20% van 80 = 16 en 40% van 80 = 32 ⇒
P(16 < X < 32) = P($X \leq 31$) - P($X \leq 16$) =
binomcdf (80,0.332 ,31) - binomcdf (80,0.332 ,16) ≈ 0,872

9. Vaas: 12 rode , 8 zwarte en 5 witte knikkers. ; X : aantal keer 2 rode knikkers.

a. Eerste de kans op 2 rode knikkers berekenen. ⇒ P(2 rode) = $\dfrac{\binom{12}{2}\cdot\binom{13}{0}}{\binom{25}{2}} = 0{,}22$

P(X = 3) = binompdf (15,0.22 ,3) ≈ 0,246

b. X : aantal keer 1 zwarte knikker ; ⇒ P(1 zw) = $\dfrac{\binom{8}{1}\cdot\binom{17}{1}}{\binom{25}{2}} = \dfrac{8.17}{300} = \dfrac{34}{75}$

P($X \geq 10$) = 1 – P($X \leq 9$) = 1 - binomcdf (15, $\frac{34}{75}$,9) ≈ 0,081

c. X : aantal keer 2 knikkers met gelijke kleur $\Rightarrow$ P(2 dezelfde) = P(2rode) + P(2 zw) + P(2 wi) =

$$\frac{\binom{12}{2}\cdot\binom{13}{0}}{\binom{25}{2}}+\frac{\binom{8}{2}\cdot\binom{17}{0}}{\binom{25}{2}}+\frac{\binom{5}{2}\cdot\binom{20}{0}}{\binom{25}{2}}=\frac{26}{75} \Rightarrow P(X \leq 5) = \text{binomcdf}\,(15,\frac{26}{75},5) \approx 0{,}575$$

d. X: aantal keer minstens 1 rode knikker; $\Rightarrow$ P(minstens 1 rode) = 1 – P(geen rode) =

$$1 - \frac{\binom{12}{0}\cdot\binom{13}{2}}{\binom{25}{2}}=1-\frac{78}{300}=\frac{222}{300}=0{,}74 \Rightarrow$$

$P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7) = 1$ - binomcdf (15,0.74,7) $\approx$ 0,978

10.

a. X: aantal jongeren met diefstal ;
$P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9) = 1$ - binomcdf (50,0,40 ,9) $\approx$ 0,999

b. X: aantal jongeren met vernieling ; 10% van 50 geeft 5 $\Rightarrow$
$P(X \geq 6) = 1 - P(X \leq 5) = 1$ - binomcdf (50,0,22 ,5) $\approx$ 0,977

c. X : aantal jongeren met overig delict; P(overig) = 1 – 0,4 – 0,22 – 0,18 = 0,2
$P(7 < X < 12) = P(X \leq 11) - P(X \leq 7)$ =
binomcdf (50,0,20 ,11) - binomcdf (50,0,20 ,7) $\approx$ 0,520

d. P(10 met vernieling en 20 met diefstal) = $\frac{50!}{10!.20!.20!}.(0,22)^{10}.(0,40)^{20}.(0,38)^{20} \approx 0{,}016$

11.

a. P(m m) = 0,5 . 0,5 = 0,25 X: aantal keer munt munt.
$P(X \leq 5)$ = binomcdf (30 , 0.25 ,5) $\approx$ 0,203

b. X : aantal keer minstens 7 ogen

P(minstens 7 ogen) = $\frac{21}{36}$

$P(X = 5)$ = binompdf (18, $\frac{21}{36}$,5) $\approx$ 0,007

som

6	**7**	8	9	10	11	12
5	6	7	8	9	10	11
4	5	6	7	8	9	10
3	4	5	6	7	8	9
2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	4	5	6	7
	1	2	3	4	5	6

12.

a. X: aantal keer munt. Er moet gelden : $P(X \geq 5 \mid p = 0{,}5 \text{ en } n = ?\,) > 0{,}99 \Leftrightarrow$
$1 - P(X \leq 4) > 0{,}99 \Leftrightarrow P(X \leq 4) < 0{,}01$
Voer in : y_1 = binomcdf (X,0.5 ,4) Kijk vervolgens naar de tabel $\Rightarrow$
binomcdf (18,0.5 ,4) $\approx$ 0,015 en binomcdf (19,0.5 ,4) $\approx$ 0,009 $\Rightarrow$
Je moet dus minstens 19 gaan gooien.

b. X: aantal keer minstens 1 munt. ; P(minstens 1 munt) = 1 – P(kop kop) = 1 – $0{,}5^2$ = 0,75
Er wordt gevraagd:
$P(X \geq 3 \mid p = 0{,}75 \text{ en } n = ?) > 0{,}98 \Leftrightarrow 1 - P(X \leq 2) > 0{,}98 \Leftrightarrow P(X \leq 2) < 0{,}02$
Voer in : y_1 = binomcdf (X,0.75 ,2) Kijk vervolgens naar de tabel $\Rightarrow$
binomcdf (6,0.75 ,2) ≈ 0,0376 en binomcdf (7,0.75 ,2) ≈ 0,01288 $\Rightarrow$
Je moet dus minstens 7 keer gaan gooien met de 2 dobbelstenen.

13. X: aantal treffers
$P(X \geq 5 \mid p = 0{,}40 \text{ en } n = ?) > 0{,}90 \Leftrightarrow 1 - P(X \leq 4) > 0{,}90 \Leftrightarrow P(X \leq 4) < 0{,}10$
Voer in : y_1 = binomcdf (X,0.40 ,4) Kijk vervolgens naar de tabel $\Rightarrow$
binomcdf (17,0.40 ,4) ≈ 0,126 en binomcdf (18,0.40 ,4) ≈ 0,09417 $\Rightarrow$
Hij moet dus minstens 18 keer vrije worpen nemen.

14. Vaas : 4 rode en 6 witte knikkers.
X : aantal keer 2 witte knikkers.

$$P(\text{2 witte knikkers}) = \frac{\binom{6}{2}.\binom{4}{0}}{\binom{10}{2}} = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$$ Nu moet gelden :

$$P(X \geq 3 \mid p = \tfrac{1}{3} \text{ en } n = ?\ ) > 0{,}95 \Leftrightarrow 1 - P(X \leq 2) > 0{,}95 \Leftrightarrow P(X \leq 2) < 0{,}05$$

Voer in : y_1 = binomcdf (X, $\frac{1}{3}$,2) Kijk vervolgens naar de tabel $\Rightarrow$

binomcdf (16, $\frac{1}{3}$,2) ≈ 0,05938 en binomcdf (17, $\frac{1}{3}$,2) ≈ 0,04415 $\Rightarrow$
Hilde moet dus minstens 17 keer een greep nemen.

15. X: aantal keer scoren. Er is gegeven:
$P(X \geq 13 \mid p = ? \text{ en } n = 20\ ) > 0{,}80 \Leftrightarrow 1 - P(X \leq 12) > 0{,}80 \Leftrightarrow P(X \leq 12) < 0{,}20$
Voer in : y_1 = binomcdf (20,X ,12) Kijk vervolgens naar de tabel $\Rightarrow$ Voer bij de tabel als beginwaarde 0 in en neem een stapgrootte van 0,01. We zien dan in de tabel:
binomcdf (20, 0,70,12) ≈ 0,22773 en binomcdf (20,0.71 ,4) ≈ 0,1982 $\Rightarrow$
De trefkans per vrije worp is dus ongeveer 0,71.

16.
a.

b	0	1
$P(B = b)$	$1 - p$	p

b. $E(B) = 0.(1 - p) + 1.p = p$

c. $E(Z) = E(B) + E(B) + E(B) + ... + E(B) = p + p + p + ... + p = n.p$

d. Voer in : Lijst L_1 = { 0 , 1} en L_2 = {0,8 ; 0,2} Met de optie Var Stats L_1 , L_2 vinden we σ ≈ 0,4 en met de regel σ = √(1.0,8 . 0,2) = 0,4 komt er dus hetzelfde uit.

Voer nu in : Lijst L_1 = { 0 , 1} en L_2 = {0,5 ; 0,5} Met de optie Var Stats L_1 , L_2 vinden we σ ≈ 0,5 en met de regel σ = √(1.0,5 . 0,5) = 0,5 komt er dus weer hetzelfde uit.

Voer nu in : Lijst L_1 = { 0 , 1} en L_2 = {0,2 ; 0,8} Met de optie Var Stats L_1 , L_2 vinden we σ ≈ 0,4 en met de regel σ = √(1.0,2 . 0,8) = 0,4 komt er dus weer hetzelfde uit.

De regel klopt dus in alle drie de situaties.

e. $\sigma_Z = \sigma_{B+B+B....+B} = \sqrt{(\sigma_B)^2 + (\sigma_B)^2 + (\sigma_B)^2 + ... + (\sigma_B)^2} =$
$\sqrt{p(1-p) + p(1-p) + p(1-p) + ... + p.(1-p)} = \sqrt{n.p(1-p)}$

17. 50 vragen met X is het aantal goede antwoorden. p = 0,25 en er is een binomiale verdeling.

a. $E(X)$ = 50 . 0,25 = 12,5 $\Rightarrow$ $P(X = 12,5) = 0$ Halve vragen beantwoorden is een beetje lastig.

b. $\sigma = \sqrt{50.0,25.0,75}$ ≈ 3,06 $\Rightarrow$ $P(X > 12{,}50 + 2.3{,}06) = P(X > 18{,}62) = 1 - P(X \leq 18) =$
1 – binomcdf(50 , 0.25 , 18) ≈ 1 – 0,971… ≈ 0,029

18. X : aantal ondervraagden met voorkeur voor A. Binomiaal proces met p = 0,18

a. $E = n.p = 200.0{,}18 = 36$ en $\sigma = \sqrt{n.p.(1-p)} = \sqrt{200.0{,}18.0{,}82}$ ≈ 5,43 $\Rightarrow$
$P(36 - 5{,}43 \leq X \leq 36 + 5{,}43) = P(30{,}57 \leq X \leq 41{,}43)$ Aangezien we te maken hebben met een binomiale verdeling geldt dus nu :
$P(30{,}57 \leq X \leq 41{,}43) = P(31 \leq X \leq 41) = P(X \leq 41) - P(X \leq 30) =$
binomcdf(200 , 0.18 , 41) – binomcdf(200 , 0.18 , 30) ≈ 0,8443…. – 0,1554…≈ 0,689

b. $E = n.p = 500.0{,}18 = 90$ en $\sigma = \sqrt{n.p.(1-p)} = \sqrt{500.0{,}18.0{,}82}$ ≈ 8,59 $\Rightarrow$
$P(90 - 8{,}59 \leq X \leq 90 + 8{,}59) = P(81{,}41 \leq X \leq 98{,}59)$ Aangezien we te maken hebben met een binomiale verdeling geldt dus nu :
$P(81{,}41 \leq X \leq 98{,}59) = P(82 \leq X \leq 98) = P(X \leq 98) - P(X \leq 81) =$
binomcdf (500 , 0.18 , 98) – binomcdf (500 , 0.18 , 82) ≈ 0,83889.. – 0,1612…≈ 0,678

c. Bij n = 200: $P(36 - 2.5{,}43 \leq X \leq 36 + 2.5{,}43) = P(25{,}14 \leq X \leq 46{,}86)$ Aangezien we te maken hebben met een binomiale verdeling geldt dus nu :
$P(25{,}14 \leq X \leq 46{,}86) = P(26 \leq X \leq 46) = P(X \leq 46) - P(X \leq 25) =$
binomcdf(200 , 0.18 , 46) – binomcdf(200 , 0.18 , 25) ≈ 0,97036…. – 0,02295…≈ 0,947

Bij n = 500 : $P(90 - 2.8{,}59 \leq X \leq 90 + 2.8{,}59) = P(72{,}82 \leq X \leq 107{,}18)$ Aangezien we te maken hebben met een binomiale verdeling geldt dus nu :

$P(72{,}82 \le X \le 107{,}18) = P(73 \le X \le 107) = P(X \le 107) - P(X \le 72)$ =
binomcdf (500 , 0.18 , 107) – binomcdf (500 , 0.18 , 72) ≈ 0,9773.. – 0,0,0187…≈ 0,959

19. X: aantal keren minstens 9 ogen.

som

	1	2	3	4	5	6
6	**7**	8	9	10	11	12
5	6	7	8	9	10	11
4	5	6	7	8	9	10
3	4	5	6	7	8	9
2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	4	5	6	7

a. Uit het diagram zien we : $P($minstens 9 ogen$) = \dfrac{10}{36}$

P(hoogstens 90 keer minstens 9 ogen) =

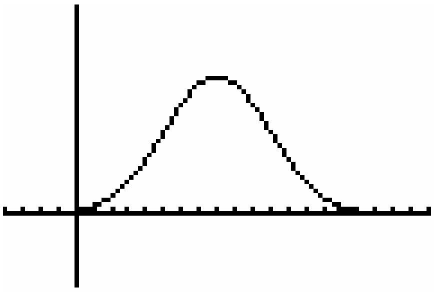
$P(X \le 90 \mid n = 360 \text{ en } p = \frac{10}{36}) = \text{binompcdf}(360, \frac{10}{36}, 90)$

≈ 0,131

b. $E = 360.\dfrac{10}{36} = 100$ en $\sigma = \sqrt{360.\dfrac{10}{36}.\dfrac{26}{36}} \approx 8{,}50$ Er moet gelden :
$P(X \ge 100 + 8{,}50) = 1 - P(X \le 108) = 1 - 0{,}8414 \approx 0{,}159$

20. $f(x) = \dfrac{1}{3\sqrt{2\pi}}.e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-8}{3}\right)^2}$

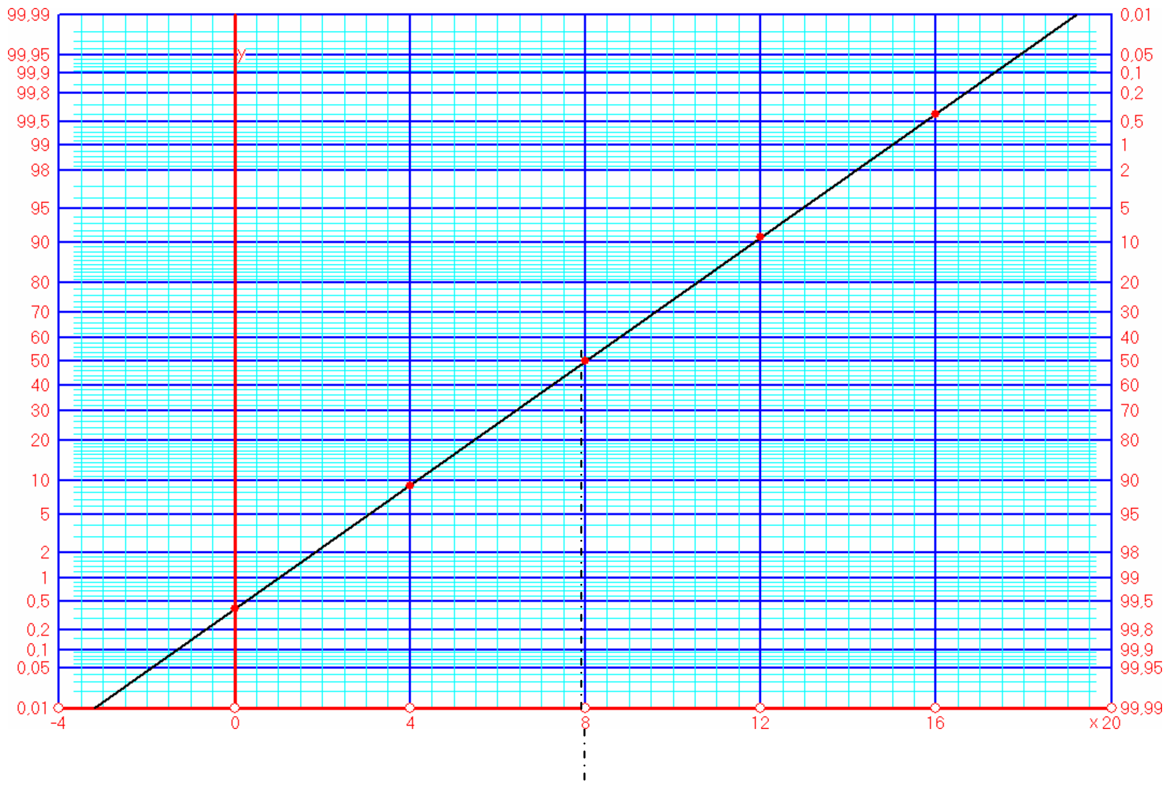
a. De grafiek is symmetrisch t.o.v. $x = 8$.



b.

a	0	4	8	12	16	20
$\int_{-4}^{a} f(x)dx$	0,004	0,091	0,500	0,909	0,996	1,00

c.



De punten liggen op n.w.p. op een rechte lijn $\Rightarrow$ er is dus sprake van een normale verdeling.

De 50% -lijn hoort bij $\mu = 8$
De 84%-lijn hoort bij $\mu + \sigma \approx 11 \Rightarrow \sigma = 11 - 8 = 3$
De getallen 8 en 3 vinden we ook terug in de gegeven formule.

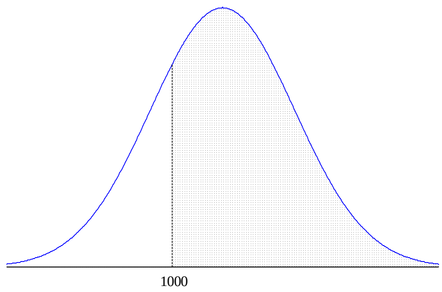
e. Bij $\mu = 20$ en $\sigma = 5$ zal waarschijnlijk de formule zijn : $f(x) = \dfrac{1}{5\sqrt{2\pi}}.e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-20}{5}\right)^2}$

21.
a. Opp. = normalcdf(100,10^{99} , 80 , 12) $\approx$ 0,048 ;

b. Opp. rechts = 0,65 $\Rightarrow$ opp. links = 1 – 0,65 = 0,35 $\Rightarrow$ a = invNorm(0.35 , 80 , 12) $\approx$ 75,4

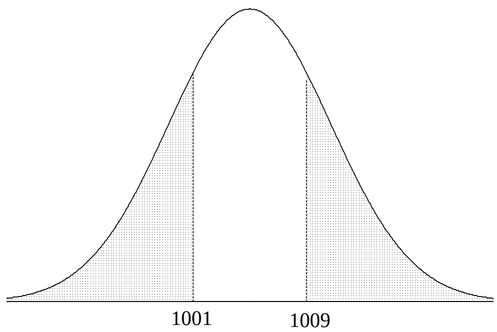
c. opp.links = normalcdf(-10^{99} , a, 80 , 12) = 0,7 $\Rightarrow$
Voer in : y_1 = normalcdf(-10^{99} , X , 80 , 12) en y_2 = 0,7 met window [0 , 0.8] X [0 , 1]
Met de optie intersect vinden we $X \approx 0{,}572 \Rightarrow \sigma \approx 0{,}57$

22. μ = 1005 gram en σ = 6 gram. ; X hoeveelheid koffie.

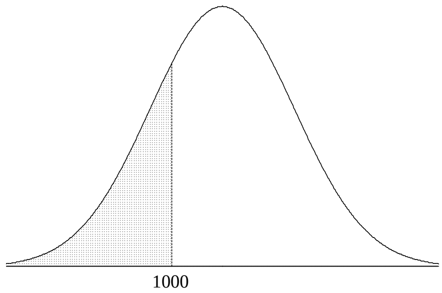


a. P(X > 1000 | μ = 1005 en σ = 6) =
normalcdf(1000 , 10^{99} , 1005 , 6) $\approx$ 0,798
$\Rightarrow$ 79,8% bevat meer dan 1000 gram.

b. Meer dan 4 gram afwijking van het gemiddelde $\Rightarrow$
P($X \leq 1001$) + P($X \geq 1009$) =
1 – P($1001 \leq X \leq 1009$) =
1 – normalcdf(1001 , 1009 , 1005 , 6) = 0,505 $\Rightarrow$
50,5% van de pakken koffie wijkt meer dan 4 gram af van het gemiddelde.



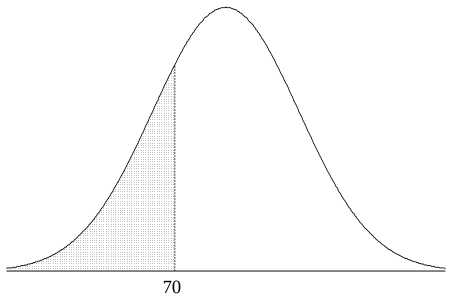
c. Er moet gelden : P(X < 1000 | μ = ? en σ = 6) = 0,02
$\Rightarrow$ Voer in : y_1 = normalcdf(-10^{99} , 1000 , X , 8)
en y_2 = 0,02
Neem het window [900 , 1100] X [0 ; 0,03]
Met de optie intersect vinden we :
$X \approx$ 1016,43 $\Rightarrow$ We moeten de machine afstellen op een gemiddelde van 1016,4 gram.



23. μ = 75 cm en σ = 18 cm. X : lengte coniferen.

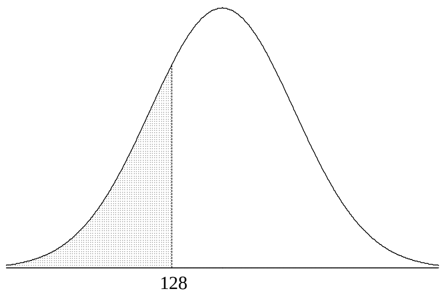
a. P(X < 70) = normalcdf(-10^{99} , 70 , 75 , 18) = 0,391

b. P(alle drie kleiner dan 70) = $0{,}391^3 \approx 0{,}060$



24. μ = 130 gram en σ = 5

a. P(pak < 128) = normalcdf(-10^{99} , 128 , 130 , 5) = 0,344…
Nu in een steekproef van 50 de kans dat er minstens 8 minder dan 128 gram wegen $\Rightarrow$ Binomiale verdeling met $p \approx$ 0,344… en n = 50.
Stel X is het aantal pakken met minder dan 128 gram $\Rightarrow$
P($X \geq 8$) = 1 – P($X \leq 7$) =
1 - binomcdf(50 , 0.344… , 7) $\approx$ 0,999

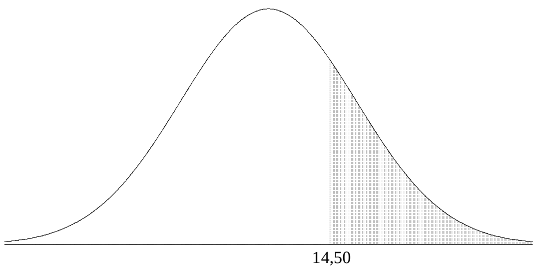


b. Eerst : P(pak weegt meer dan 132) = normalcdf(132 , 10^{99} ,130 , 5) $\approx$ 0,344…
Stel Y het aantal pakken dat meer dan 132 weegt. $\Rightarrow$
P(Y = 8) = binompdf(50 , 0.344… , 8) $\approx$ 0,002

25. μ = 14,31 mm en σ = 0,12 mm.

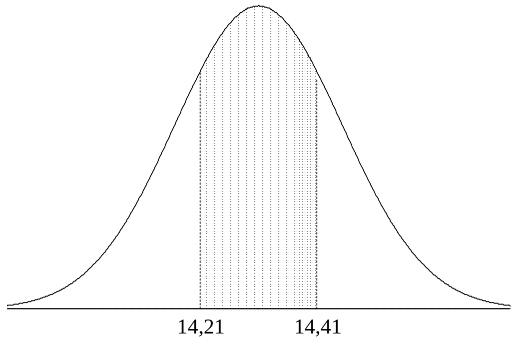
a. P(diameter > 14,50) =
normalcdf(14.50,10^{99}, 14.31 , 0.12) $\approx$ 0,056…

Nu een steekproef van 100 met minstens 10 met diameter die meer dan 14,50 is.
Stel X is het aantal moeren met diameter meer dan 14,50. $\Rightarrow$



P($X \geq 10$) = 1 – P($X \leq 9$) = 1 – binomcdf(100 , 0.056…, 9) $\approx$ 0,057

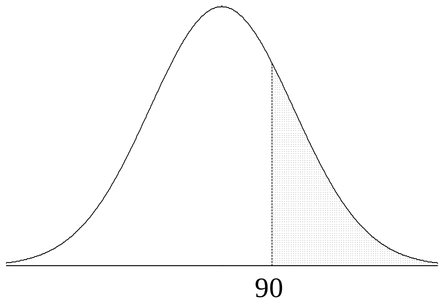
b. Stel X is het aantal moeren met een diameter tussen 14,21 en 14,41 mm.
$P(14{,}21 \leq X \leq 14{,}41) =$
normalcdf (14.21 ,14.41,14.31,0.12) ≈ 0,595…
Nu moet gelden :
$P(X \geq 20 \mid p = 0{,}595\ldots \text{ en } n = ?) > 0{,}95 \Leftrightarrow$
$1 - P(X \leq 19) > 0{,}95 \Leftrightarrow$
$P(X \leq 19) < 0{,}05$



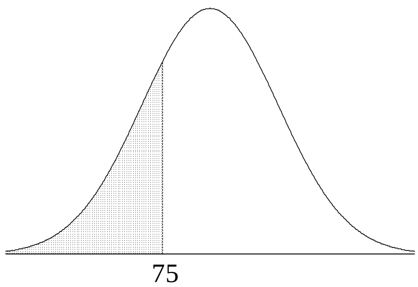
Voer in : y_1 = binomcdf(X , 0.595.. , 19)
Kijken in de tabel ⇒
binomcdf(41 , 0.595.. , 19) ≈ 0,061 en
binomcdf(42 , 0.595.. , 19) ≈ 0,043 ⇒ vanaf een steekproef van minstens 42 moeren klopt het gevraagde.

26. $\mu = 86$ min. en $\sigma = 9$ min.

a. P(rondvaart > 90) = normalcdf (90,10^{99}, 86 . 9) ≈ 0,328…
Stel X is het aantal rondvaarten langer dan 90 min.
$\Rightarrow P(X \geq 25 \mid n = 60 \text{ en } p \approx 0{,}328\ldots) =$
$1 - P(X \leq 24)$ = 1 – binomcdf(60 , 0.328.. , 24) ≈ 0,095



b. P(boottocht < 75) = normalcdf(-10^{99},75, 86 , 9) ≈ 0,1108…
Het verwachtte aantal wordt dan : 300 . 0,1108.. ≈ 33



c. P(rondvaart > 1,5 uur) ≈ 0,32836 (zie onderdeel a)
Er moet gelden : $P(X \geq 6 \mid p \approx 0{,}32836.. \text{ en } n = ?) > 0{,}98 \Leftrightarrow$
$1 - P(X \leq 5) > 0{,}98 \Leftrightarrow$
$P(X \leq 5) < 0{,}02$
Voer in : y_1 = binomcdf(X , 0.32836.. , 5) In de tabel zien we :
binomcdf(32 , 0.32836.. , 5) ≈ 0,0247 en binomcdf(33 , 0.32836.. , 5) ≈ 0,0193 ⇒
Er moeten minstens 33 boottochten plaatsvinden.

27.

a. $-X$ is ook normaal verdeeld.

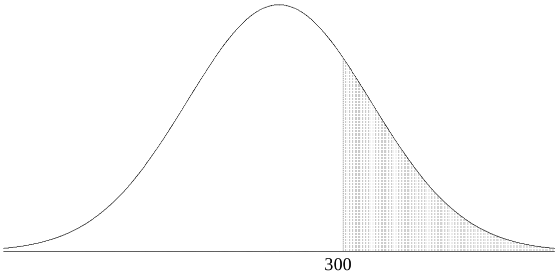
b. $\mu_{-X} = -\mu_X$ ook dat klopt.

c. σ_{-X} is niet $-\sigma_X$ omdat de σ altijd positief blijft. Nu geldt $\sigma_{-X} = \sigma_X$.

28. fase I : $\mu_X = 170$ sec en $\sigma_X = 12$ sec ; fase II : $\mu_Y = 110$ sec. en $\sigma_Y = 8$ sec.

Stel de totale tijd is : $T = X + Y$; 5 min = 300 sec.
$\mu_T = 170 + 110 = 280$ en
$\sigma_T = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2} = \sqrt{12^2 + 8^2} = \sqrt{208}$
P($T \geq 300$ | μ = 180 en σ = √208) =
normalcdf(300 ,10^{99} ,280 , √208) ≈ 0,083 ⇒

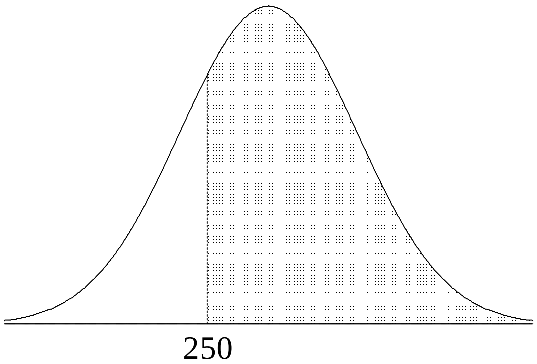
In 8,3% van de gevallen voldoet een werknemer niet aan de eis van de afhandelingstijd.



29. $\mu_X = 5$ gram en $\sigma_X = 0{,}3$ gram ; $\mu_Y = 248$ gram en $\sigma_Y = 0{,}3$ gram.

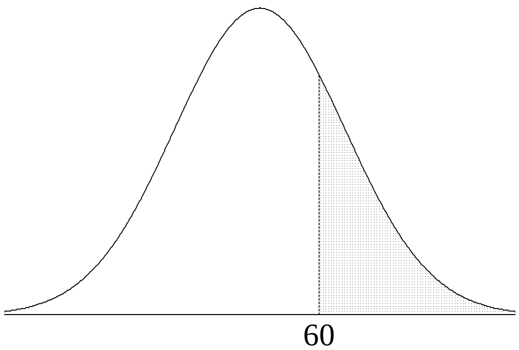
Stel $B = X + Y$ ⇒ $\mu_B = 5 + 248 = 253$ gram en
$\sigma_B = \sqrt{(0{,}3)^2 + 12^2} = \sqrt{144{,}09}$ gram.

P($B \geq 250$ | μ = 180 en σ = √144,09) =
normalcdf(250 ,10^{99} ,253 , √144,09) ≈ 0,599
⇒ In 59,9 % van de gevallen is het brutogewicht meer 250 gram.



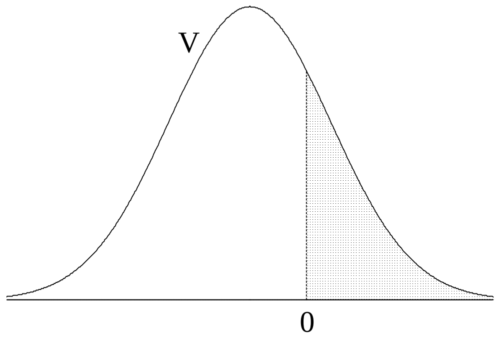
30.
Stel $T = A + B + C + D$
$\mu_T = 12 + 8 + 20 + 18 = 58$ sec. en
$\sigma_T = \sqrt{0{,}5^2 + 0{,}3^2 + 0{,}8^2 + 1{,}6^2} = \sqrt{3{,}54}$ sec.

P($T > 60$ | μ = 58 en σ =√3,54) =
normalcdf(60 , 10^{99} , 58 , √3,54) ≈ 0,144 ⇒
In 14,4% van de gevallen duurt het langer dan één minuut.



31. μ_B = 13,2 mm en σ_B = 0,1 mm en σ_M = 0,2 mm.

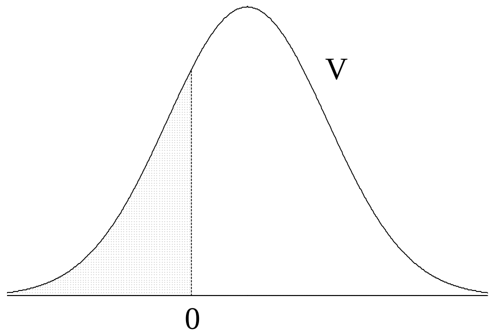
a. μ_M = 13,5 mm. De bout is te dik voor de moer als geldt dat
$B > M$ dus als $B - M > 0$
Stel $V = B - M$; μ_V = 13,2 – 13,5 = -0,3 mm en
$\sigma_V = \sqrt{0{,}1^2 + 0{,}2^2} = \sqrt{0{,}05}$ mm. $\Rightarrow$
P($V > 0$ | μ_V = -0,3 en $\sigma_V = \sqrt{0{,}05}$) =
normalcdf (0 , 10^{99} , -0,3 , $\sqrt{0.05}$) ≈ 0,090 $\Rightarrow$
De bout is te dik voor de moer in 9,0% van de gevallen.



b. Nu weer net zoals bij onderdeel a : $V = B - M$ en
$\mu_V = 13{,}2 - \mu_M$ mm en $\sigma_V = \sqrt{0{,}05}$ mm. Hoogstens 3%
van de gevallen is de bout te dik voor de moer $\Rightarrow$
P($V > 0$ | $\mu_V = 13{,}2 - \mu_M$ en $\sigma_V = \sqrt{0{,}05}$) = 0,03 $\Leftrightarrow$
P($V < 0$) = 0,97 $\Rightarrow$ normalcdf (-10^{99} , 0 , $13{,}2 - \mu_M$,$\sqrt{0.05}$) = 0,97 $\Rightarrow$
Voer in :
y_1 = normalcdf (-10^{99} , 0 , 13.2 - X ,$\sqrt{0.05}$) en y_2 = 0,97 met
window [0 , 30] X [0 , 1.2]
We vinden dan met de optie intersect : $X \approx 13{,}62$ $\Rightarrow$
De gemiddelde diameter moet minstens 13,62 mm zijn.

32. μ_X = 1015 ml en σ_X = 4 ml en σ_Y = 8 ml.

a. μ_Y = 1005 ml. Limonade verloren $\Rightarrow$ volume van X is
kleiner dan volume van Y. $\Rightarrow$
$X - Y < 0$. Stel $V = X - Y$.
V is normaal verdeeld met μ_V = 1015 – 1005 = 10 ml en
$\sigma_V = \sqrt{4^2 + 8^2} = \sqrt{80}$ ml. $\Rightarrow$
P($V < 0$ | μ_V = 7 en $\sigma_V = \sqrt{80}$) =
normalcdf(-10^{99} , 0 , 10 , $\sqrt{80}$) ≈ 0,132 $\Rightarrow$
In 13,2% van de gevallen gaat er limonade verloren.

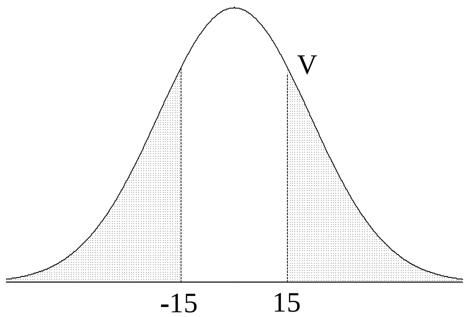


b. Nu weer V is hetzelfde als bij a met verder
$\mu_V = 1015 - \mu_Y$ en $\sigma_Y = \sqrt{80}$ Er moet gelden :
P($V < 0$ | $\mu_V = 1015 - \mu_Y$ en $\sigma_Y = \sqrt{80}$) = 0,002 $\Leftrightarrow$
normalcdf(-10^{99} , 0 , $1015 - \mu_Y$, $\sqrt{80}$) = 0,002 $\Rightarrow$

Voer in : y_1 = normalcdf(-10^{99} , 0 , 1015 - X , $\sqrt{80}$) en y_2 = 0,002 en neem het
window [950 , 1050] X [0 ; 0,01]. Met de optie intersect vinden we X ≈ 989,3 $\Rightarrow$
De vulmachine moet worden afgesteld op een gemiddelde van 989,3 ml of minder.

33. Noem X : de lengte van man 1 en Y is de lengte van man 2.
μ_{man} = 178 cm en σ_{man} = 6 cm.

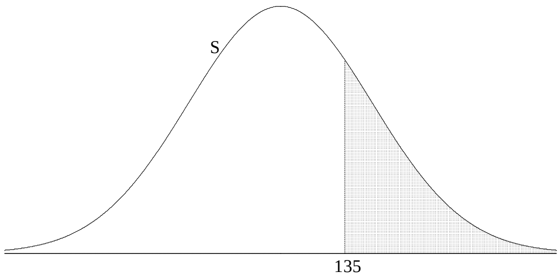
Het verschil van 2 verschillende mannen is meer dan 15 cm
$\Rightarrow X - Y > 15$ of $Y - X > 15 \Leftrightarrow$
$X - Y > 15$ of $X - Y < -15$. Stel $V = X - Y \Rightarrow$
$V > 15$ of $V < -15$.
V is normaal verdeeld met $\mu_V = 178 - 178 = 0$ cm
en $\sigma_V = \sqrt{36+36} = \sqrt{72}$ cm.
Er moet gelden :
P($V > 15$ of $V < -15$) = 2.P($V < -15$) =
2.normalcdf(-10^{99} , -15 , 0 , $\sqrt{72}$) ≈ 0,077



b. Stel Y is het aantal tweetallen waarbij het verschil meer dan 15 cm is.. Y is dan een binomiale verdeling met $n = 12$ en $p \approx 0{,}077$
Er moet dan dus gelden :
P($Y \geq 2$ | $n = 12$ en $p \approx 0{,}077$) = 1 – P($Y \leq 1$) = 1 – binomcdf(12 , 0.077 , 1) ≈ 0,235

34. μ_X = 30 min. en σ_X = 5 min.

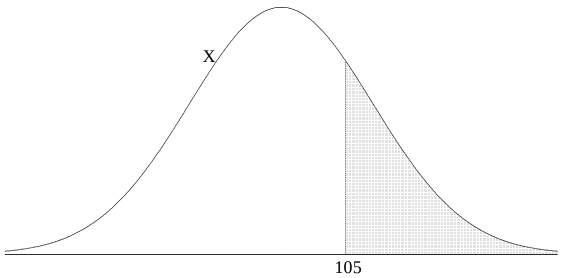
a. $\mu_S = \mu_X + \mu_X + \mu_X + \mu_X = 4.30 = 120$ minuten
$\sigma_S = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_x^2 + \sigma_x^2 + \sigma_x^2} = \sqrt{5^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2}$
$= \sqrt{4.5^2} = \sqrt{4}.5 = 10$ minuten



b. Stel S is de totale filmtijd $\Rightarrow$
P($S \geq 135$ | $\mu_S = 120$ en $\sigma_S = 10$) =
normalcdf(135 , 10^{99} , 120 , 10) ≈ 0,067

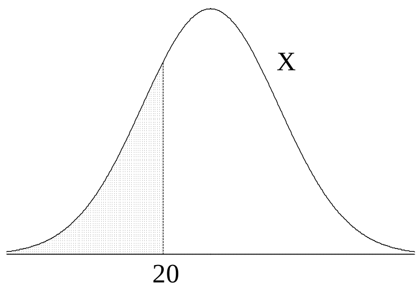
35. μ_X = 5 mm en σ_X = 0,5 mm

a. Stel S is de totale hoogte. $\Rightarrow$
$\mu_S = 20 . 5 = 100$ mm en
$\sigma_S = \sqrt{20} . 0{,}5 = 0{,}5.\sqrt{20}$ mm.
P($S \geq 105$ | $\mu_S = 100$ en $\sigma_S = 0{,}5.\sqrt{20}$) =
normalcdf(105 , 10^{99} , 100 , 0.5.$\sqrt{20}$)
≈ 0,013



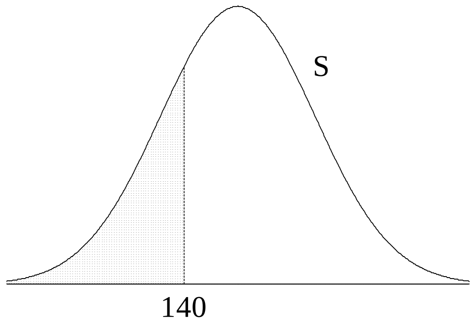
b. Stel Y is het aantal stapels dat niet in een doos past.
Y is een binomiale verdeling met $n = 12$ en $p \approx 0{,}013$. $\Rightarrow$
P($Y \geq 2$ | $n = 12$ en $p \approx 0{,}013$) = 1 – P($Y \leq 1$) = binomcdf(12 , 0.013 , 1) ≈ 0,010

36. $\mu_X = 25$ gram en $\sigma_X = 3$ gram



a. $P(X < 20 \mid \mu_X = 25 \text{ en } \sigma_X = 3) =$
normalcdf(-10^{99} , 20 , 25 , 3) $\approx$ 0,048

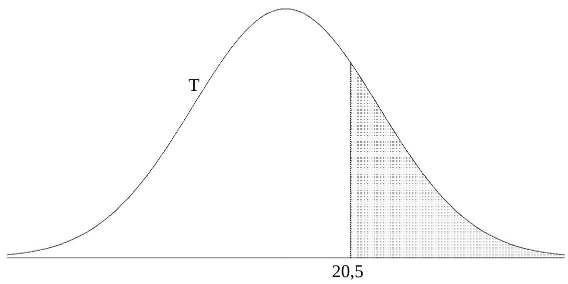
b. Pak koeken . Stel S is het totaal aantal koeken $\Rightarrow$
S is ook normaal verdeeld met
$\mu_S = 6 \,.\, 25 = 150$ gram en
$\sigma_S = \sqrt{6} \,.\, 3 = 3\sqrt{6}$ gram.
$\Rightarrow P(S < 140 \mid \mu_S = 150 \text{ en } \sigma_S = 3\sqrt{6}) =$
normalcdf(-10^{99} , 140 , 150 , $3\sqrt{6}$) $\approx$ 0,087



c. Stel Y is het aantal pakken dat minder dan 140 gram weegt.
Y is een binomiale verdeling met $n = 20$ en $p \approx 0{,}087 \Rightarrow$
$P(Y > 2 \mid n = 20 \text{ en } p \approx 0{,}087) = 1 - P(Y \leq 2) = 1 -$ binomcdf(20 , 0.087 , 2) $\approx$ 0,250

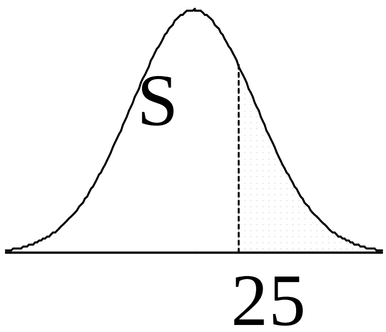
37. $\mu_{fles} = 1{,}5$ kg en $\sigma_{fles} = 0{,}05$ kg ; 12 flessen. ;
$\mu_{krat} = 2$ kg en $\sigma_{krat} = 0{,}3$ kg.

Stel T is het totale gewicht van de flessen en de krat.
Ook T is normaal verdeeld met $\mu_T = 12 \,.\, 1{,}5 + 2 = 20$ kg
en
$\sigma_T = \sqrt{12.0{,}05^2 + 0{,}3^2} = \sqrt{0{,}12}$ kg.
$P(T > 20{,}5 \mid \mu_T = 20 \text{ en } \sigma_T = \sqrt{0{,}12}\,) =$
normalcdf (20.5 , 10^{99} , 20 , $\sqrt{0.12}$) $\approx$ 0,074



38. $\mu = 4$ minuten $\sigma = 45$ seconden = 0,75 minuten; 6 speelronden.
Stel X is de speelduur van 1 speelronde.
Stel S is de totale speelduur, waarbij S ook normaal verdeeld is.

a. $\mu_S = 6.4 = 24$ minuten $\sigma_S = \sqrt{6} \,.\, 0{,}75$;
$P(S > 25 \mid \mu_S = 24 \text{ en } \sigma_S = 0{,}75.\sqrt{6}) =$
normalcdf (25 , 10^{99} , 24 , $0.75.\sqrt{6}$) $\approx$ 0,2931 $\Rightarrow$
Naar verwachting wordt 0,2931 . 50 $\approx$ 15 keer per jaar de beschikbare tijd overschreden.



b. Nu is μ_X onbekend. $\Rightarrow \mu_S = 6.\mu_X$ en $\sigma_S = \sqrt{6} \,.\, 0{,}75 = 0{,}75.\sqrt{6}$

Nu moet gelden : $P(S > 25 \mid \mu_S = 6.\mu_X \text{ en } \sigma_S = 0{,}75.\sqrt{6}) \le \frac{1}{50}$, want niet meer dan één keer op de 50 mag de beschikbare tijd overschreden worden. $\Rightarrow$

$P(S > 25) \le 0{,}02 \Leftrightarrow$ normalcdf(25 , 10^{99} , $6.\mu_X$, 0.75.$\sqrt{6}$) $\le 0{,}02$

Voer in : y_1 = normalcdf(25 , 10^{99} , 6X , 0.75.$\sqrt{6}$) en $y_2 = 0{,}02$

Neem het window [0 , 6] X [0 , 0.05] Met de optie intersect vinden we : X $\approx$ 3,538

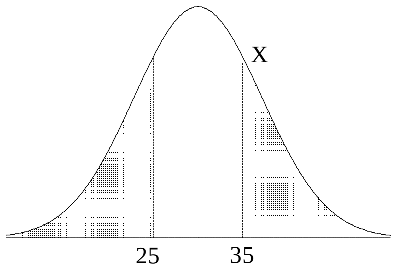
3,538 minuten $\approx$ 3minuten en 32 seconden. $\Rightarrow$ Bij een maximale speeltijd van 3 minuten en 32 seconden wordt de beschikbare speeltijd naar verwachting slechts één keer per jaar overschreden.

39. $\mu_X = 30$ en $\sigma_X = 4$.

a. $P(X < 25 \vee X > 35 \mid \mu_X = 30 \text{ en } \sigma_X = 4.) =$

2.P(X < 25) = 2.normalcdf (-10^{99} , 25 , 30 , 4) $\approx$

2. 0,1056.. $\approx$ 0,211



b. Nu lengte steekproef is 20. $\Rightarrow \mu_{\overline{X}} = 30$ en $\sigma_{\overline{X}} = \frac{4}{\sqrt{20}} \Rightarrow$

$$P(\overline{X} < 25 \vee \overline{X} > 35) = 2.P(\overline{X} < 25) = 2.\text{normalcdf}\left(-10^{99}, 25, 30, \frac{4}{\sqrt{20}}\right) \approx 0{,}000$$

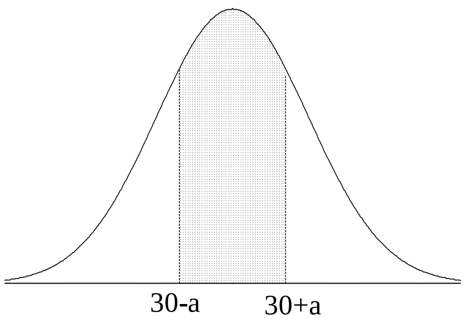
c. Er geldt :

$P(30 - a \le \overline{X} \le 30 + a) = 0{,}95 \Rightarrow$

$P(\overline{X} \le 30 - a) = 0{,}025 \Rightarrow$

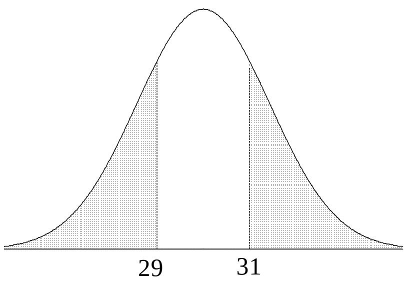
$\text{invNorm}\left(0.025, 30, \frac{4}{\sqrt{20}}\right) \approx 28{,}247 \Rightarrow$

30-$a \approx 28{,}247 \Leftrightarrow a \approx 1{,}75$



d. Nu lengte steekproef is n en $\mu_{\overline{X}} = 30$ en $\sigma_{\overline{X}} = \frac{4}{\sqrt{n}}$.

Nu geldt:



$P(\overline{X} < 29 \vee \overline{X} > 31 \mid \mu_{\overline{X}} = 30$ en $\sigma_{\overline{X}} = \frac{4}{\sqrt{n}}$) = 0,001 $\Rightarrow$

$P(\overline{X} \leq 29) = 0,0005$ $\Leftrightarrow$

normalcdf $\left(-10^{99}, 29, 30, \frac{4}{\sqrt{n}}\right)$ =0,0005 $\Rightarrow$

Voer in: y_1 = normalcdf $\left(-10^{99}, 29, 30, \frac{4}{\sqrt{x}}\right)$ en y_2 = 0,0005

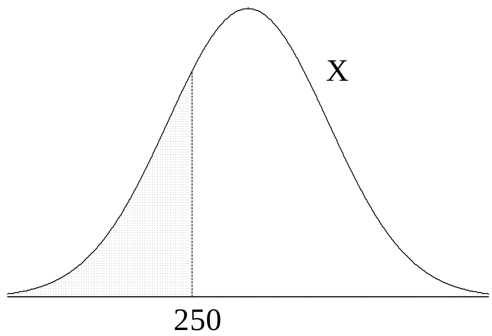
Neem het window [0 , 200] X [0 ; 0,001] Met de optie intersect vinden we :

$x \approx 173{,}2$ $\Rightarrow$ vanaf een steekproef van 174 is de gevraagde kans kleiner dan 0,1%.

40. μ = 250,4 gram en σ = 0,6 gram.
Dozen van 10 stuks.
Stel X is het gewicht van een pakje boter.

a. P(X < 250 $\mid$ μ = 250,4 en σ = 0,6) =
normalcdf (-10^{99} , 250 , 250.4 , 0.6) $\approx$ 0,252

Nu geldt dus dat ongeveer 25,2% van de pakjes minder dan 250 gram zal wegen.

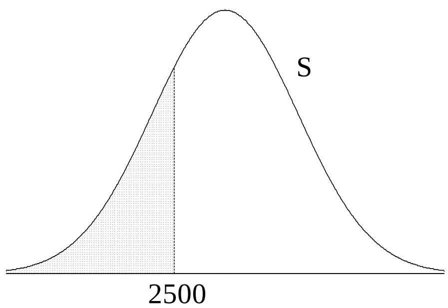


b. Ook $\overline{X}$ is normaal verdeeld met $\mu_{\overline{X}} = 250,4$ gram en $\sigma_{\overline{X}} = \frac{0,6}{\sqrt{10}}$ gram. $\Rightarrow$

P($\overline{X}$ < 250 $\mid$ μ = 250,4 en σ = 0,6) = normalcdf $\left(-10^{99}, 250, 250.4, \frac{0,6}{\sqrt{10}}\right)$ $\approx$ 0,018 $\Rightarrow$

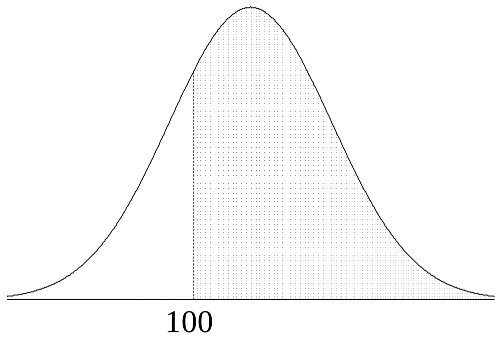
Ongeveer 1,8% van de dozen heeft een gemiddeld gewicht per pakje dat minder weegt dan 250 gram.

c. Stel S is het totaal gewicht van de dozen.
Verder is S ook normaal verdeeld met
$\mu_S = 10.250,4 = 2504$ gram en
$\sigma_S = \sqrt{10}.0,6 = 0,6\sqrt{10}$ gram. $\Rightarrow$
P(S < 2500 $\mid$ $\mu_S = 2504$ en $\sigma_S = 0,6\sqrt{10}$) =
normalcdf (-10^{99} , 2500 , 2504 , 0.6.$\sqrt{10}$) $\approx$ 0,018 $\Rightarrow$
1,8% van de dozen heeft een inhoud van minder dan 2500 gram.



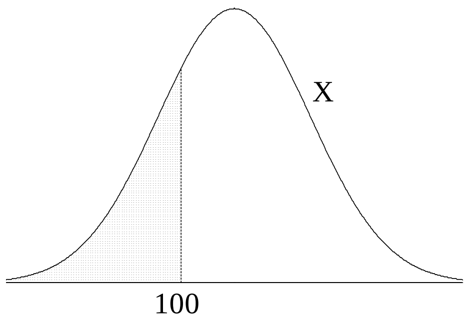
d. Bij een gemiddeld gewicht per pakje van minder dan 250 gram , zal een doos van 10 pakjes minder wegen dan 10.250 = 2500 gram.

41. Pakken van 16 stuks; Stel X is het gewicht van een koek.
μ_X = 104,5 gram en en σ_X = 10.
$\overline{X}$ is ook normaal verdeeld met :
$\mu_{\overline{X}} = 104,5$ gram en $\sigma_{\overline{X}} = \dfrac{10}{\sqrt{16}} = 2,5$ gram
Nu moet gelden :
$P\left(\overline{X} \geq 100 \middle| \mu_{\overline{X}} = 104,5 \text{ en } \sigma_{\overline{X}} = 2,5\right) =$
normalcdf (100 , 10^{99} , 104.5 , 2.5) ≈ 0,964 ⇒
96,4% van de pakken zal voldoen aan de tekst op het pak.



42. Stel X is de vulinhoud van een fles limonade met μ_X = 102 cl

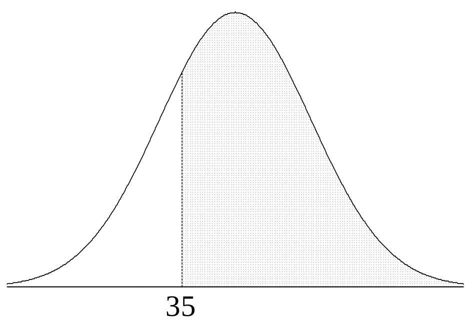
a. $P(X < 100 \mid \mu_X = 102 \text{ en } \sigma = ?) = 0,15$ ⇔
normalcdf(-10^{99} , 100 , 102 , σ) = 0,15
Voer in :
y_1 = normalcdf(-10^{99} , 100 , 102 , x) en y_2 = 0,15
Neem het window [0 , 10] X [0 , 1] .
Met de optie intersect vinden we $x \approx 1,93$ ⇒
De standaardafwijking is dus ongeveer 1,93 cl.



b. $\overline{X}$ is ook normaal verdeeld met $\mu_{\overline{X}} = 102$ cl en $\sigma_{\overline{X}} = \dfrac{1,93}{\sqrt{12}}$ cl.
$P(\overline{X} < 100 \mid \mu_{\overline{X}} = 102 \text{ en } \sigma_{\overline{X}} = \dfrac{1,93}{\sqrt{12}})$ = normalcdf(-10^{99}, 100 , 102 , $\dfrac{1,93}{\sqrt{12}}$)
≈ 0,000165 .. ≈ 0,0002

c. Stel Y het aantal kratten met een gemiddeld vulgewicht van minder dan 100 gram.
Y is binomiaal verdeel met n = 25 en $p \approx 0,0002$.
$P(Y \geq 1 \mid n = 25 \text{ en } p \approx 0,0002) = 1 - P(Y \leq 0) =$
1 – binomcdf(25 , 0.0002 , 0) ≈ 0,005

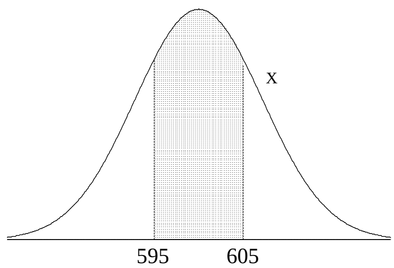
d. Stel U het aantal flessen met minder dan 100 cl.
U is binomiaal verdeeld met n = 12 en p = 0,15.
$P(U \leq 2 \mid n = 12 \text{ en } p = 0,15) =$
binomcdf (12 , 0.15 , 2) ≈ 0,736



43. X is normaal verdeeld met $\mu_X = 37$ gram en $\sigma_X = 5$ gram.
$\overline{X}$ is dus ook normaal verdeeld met
$\mu_{\overline{X}} = 37$ gram en $\sigma_{\overline{X}} = \frac{5}{\sqrt{n}}$, waarbij n het aantal bonbons in 1 doos is.
Er moet gelden : $P(\overline{X} > 35 \mid \mu_{\overline{X}} = 37 \text{ en } \sigma_{\overline{X}} = \frac{5}{\sqrt{n}}) > 0{,}98 \Leftrightarrow$

normalcdf $(35 , 10^{99} , 37 , \frac{5}{\sqrt{n}}) > 0{,}98 \Rightarrow$ Voer in :

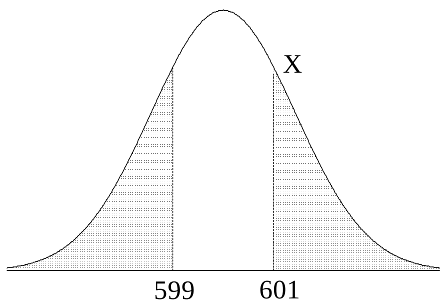
$y_1 =$ normalcdf $(35 , 10^{99} , 37 , \frac{5}{\sqrt{x}})$ en $y_2 = 0{,}98$.
Neem het window [0 , 100] X [0 ; 1,2]
Met de optie intersect vinden we $x \approx 26{,}4 \Rightarrow$ De leverancier moet minstens 27 bonbons in een doos doen.



44. X is de lengte van een buis.

a. $P(595 < X < 605 \mid \mu = 600 \text{ en } \sigma = 4) =$
normalcdf $(595 , 605 , 600 , 4) \approx 0{,}789$

b. Nu bij een steekproef van 10. $\mu_{\overline{X}} = 600$ en $\sigma_{\overline{X}} = \frac{4}{\sqrt{10}}$
$\Rightarrow P(595 < \overline{X} < 605 \mid \mu_{\overline{X}} = 600 \text{ en } \sigma_{\overline{X}} = \frac{4}{\sqrt{10}}) =$
normalcdf $(595 , 605 , 600 , \frac{4}{\sqrt{10}}) \approx 1{,}000$



45. X is de lengte van een buis.

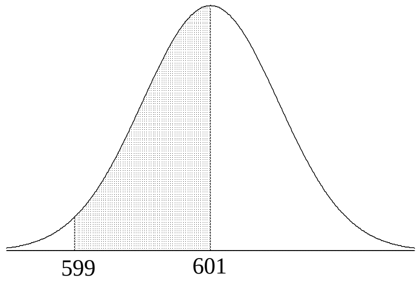
a. P(ten onrechte bijstellen) =
$P\left(\overline{X} \le 599 \vee \overline{X} \ge 601 \middle| \mu_{\overline{X}} = 600 \text{ en } \sigma_{\overline{X}} = \frac{4}{\sqrt{50}}\right) =$
$2.P(\overline{X} \le 599) =$
2.normalcdf $(599 , 601 , 600 , \frac{4}{\sqrt{50}}) \approx 0{,}077$

b. Bij terecht tot bijstelling kennen we het nieuwe gemiddelde niet van de machine. Daarom is de kans op terecht bijstellen niet uit te rekenen.

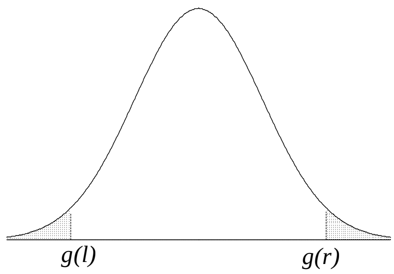
c. P(niet bijstellen) =

$$P\left(599 \le \overline{X} \le 601 \,\middle|\, \mu_{\overline{X}} = 601 \text{ en } \sigma_{\overline{X}} = \frac{4}{\sqrt{50}}\right) =$$

normalcdf (599 , 601 , 601 , $\frac{4}{\sqrt{50}}$) $\approx$ 0,500



46. X is de lengte van een buis. $H_0 : \mu = 600$ en $\alpha = 0,1$



a. $$P\left(\overline{X} \le g_l \,\middle|\, \mu_{\overline{X}} = 600 \text{ en } \sigma_{\overline{X}} = \frac{4}{\sqrt{100}}\right) = 0,05 \;\Rightarrow$$

g_l = invNorm(0.05 , 600 , 0.4) = 599,342.. $\Rightarrow$

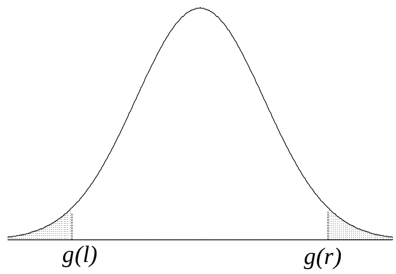
$g_l \approx 599,34$

Aangezien een normale verdeling symmetrisch is geldt :

$g_r = 600 + 0,66 = 600,66$

b. Het steekproefgemiddelde van 601,08 is groter dan 600,66. Aluvia zal op grond hiervan de machine gaan bijstellen.

47. Gloeilampen. X: levensduur van een lamp. $\mu_X = 1500$ en $\sigma_X = 60$. Steekproef van 100
$\alpha = 0,05$



a. $H_0 : \mu_X = 1500$ en $H_1 : \mu_X \neq 1500$

b. Steekproef van 100 $\Rightarrow$ $\sigma_{\overline{X}} = \frac{60}{\sqrt{100}} = 6$

Er moet gelden : $P(\overline{X} \le g_l \,|\, \mu_{\overline{X}} = 1500 \text{ en } \sigma_{\overline{X}} = 6) = 0,025$

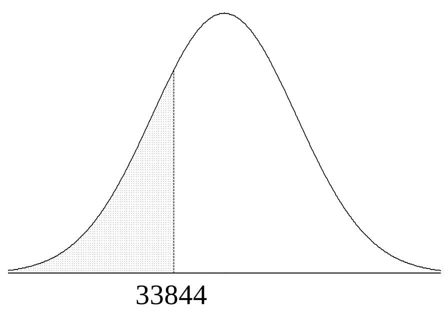
$\Rightarrow$ g_l = invNorm(0.25 , 1500 , 6) = 1488,24.. $\Rightarrow$

$g_l \approx 1488,2$ $\Rightarrow$ op grond van symmetrie volgt nu : $g_r = 1500 + 11,8 = 1511,8$

c. 1492,7 is niet kleiner dan 1488,2 $\Rightarrow$ we verwerpen H_0 dus niet.

48. X: levensduur band. $\mu_X = 35000$ en $\sigma_X = 4000$. Steekproef van 64.

a. $H_0 : \mu_X = 35000$ en $H_1 : \mu_X \neq 35000$



b. $P\left(\overline{X} \leq 33844 \middle| \mu_{\overline{X}} = 35000 \text{ en } \sigma_{\overline{X}} = \frac{4000}{\sqrt{64}}\right) =$

normalcdf (-10^{99} , 33844 , 35000 , 500) ≈ 0,010

c. 0,01 is kleiner dan 0,5.α ⇒ Het steekproefgemiddelde wijkt dus inderdaad significant af van 35000.

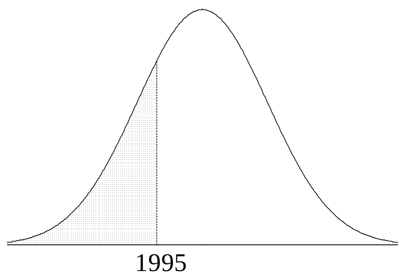
49. *X:* levensduur van een batterij. μ = 2000 en σ = 25,5 uur. Steekproef van 200 ; α = 0,05

$H_0 : \mu = 2000$ en $H_1 : \mu \neq 2000$

$P\left(\overline{X} \leq 1995 \middle| \mu_{\overline{X}} = 2000 \text{ en } \sigma_{\overline{X}} = \frac{25{,}5}{\sqrt{200}}\right) =$

normalcdf (-10^{99} , 1995 , 2000, $\frac{25{,}5}{\sqrt{200}}$) ≈ 0,003

< 0,5.α ⇒ H_0 wordt verworpen. Het steekproefgemiddelde wijkt duidelijk af van 2000.



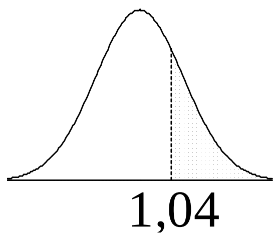
50. *X*: gewicht van een pak suiker in kg; μ = 1,02 en σ = 0,04 ; *n* = 50 .

a. $H_0 : \mu = 1{,}02$ en $H_1 : \mu \neq 1{,}02$

1,04 > 1,02 ⇒ $P\left(\overline{X} \geq 1{,}04 \middle| \mu_{\overline{X}} = 1{,}02 \text{ en } \sigma_{\overline{X}} = \frac{0{,}04}{\sqrt{50}}\right) =$

normalcdf (1.04 , 10^{99} , 1.02 , $\frac{0.04}{\sqrt{50}}$) ≈ 0,000 < 0,5.α ⇒

De fabrikant zal besluiten om de machine opnieuw af te stellen.

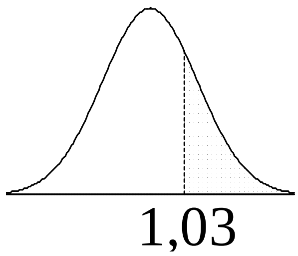


b. $H_0 : \mu = 1{,}02$ en $H_1 : \mu \neq 1{,}02$

1,03 > 1,02 ⇒ $P\left(\overline{X} \geq 1{,}03 \middle| \mu_{\overline{X}} = 1{,}02 \text{ en } \sigma_{\overline{X}} = \frac{0{,}04}{\sqrt{50}}\right) =$

normalcdf (1.03 , 10^{99} , 1.02 , $\frac{0.04}{\sqrt{50}}$) ≈ 0,039 > 0,5.α ⇒

De fabrikant zal nu niet gaan besluiten om de machine opnieuw af te stellen.

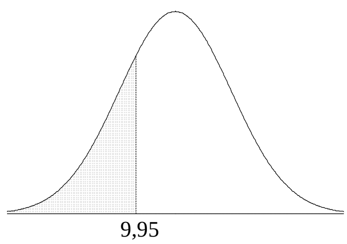


51. *X:* diameter van een tennisbal ; μ = 10,2 cm en σ = 0,9 cm ; *n* = 40 .

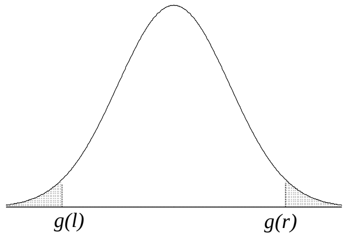
a. $H_0 : \mu = 10{,}2$ en $H_1 : \mu \neq 10{,}2$; 9,95 < 10,2 ⇒

⇒ $P\left(\overline{X} \leq 9{,}95 \middle| \mu_{\overline{X}} = 10{,}2 \text{ en } \sigma_{\overline{X}} = \frac{0{,}9}{\sqrt{40}}\right) =$

normalcdf (9.95 , 10^{99} , 10.2 , $\frac{0{,}9}{\sqrt{40}}$) ≈ 0,039 < 0,005 ⇒



De afnemer trekt de conclusie dat de diameter duidelijk afwijkt van het gemiddelde.
Bij α = 0,005 dan 0,5.α = 0,025 dan geldt: 0,039 > 0,025 ⇒
De afnemer trekt de conclusie dat de diameter niet significant afwijkt
van het gemiddelde van 10,2 cm.



b. Nu $n = 100$ en $H_0 : \mu = 10{,}2$ en $H_1 : \mu \neq 10{,}2$; $\alpha = 0{,}10$
We moeten nu de grenzen zelf berekenen. ⇒

$$P\left(\overline{X} \le g_l \,\middle|\, \mu_{\overline{X}} = 10{,}2 \text{ en } \sigma_{\overline{X}} = \frac{0{,}9}{\sqrt{100}}\right) = 0{,}05$$

⇒ g_l = invNorm (0.05 , 10.2 , 0.09) ≈ 10,052 ⇒

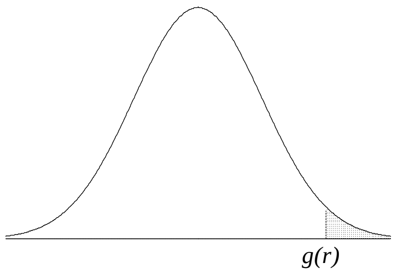
g_l = 10,05 . Op grond van symmetrie geldt : g_r = 10,2 + 0,15 = 10,35 ⇒

Het beslissingsvoorschrift is : verwerp H_0 als geldt $\overline{X} \le 10{,}05$ of $\overline{X} \ge 10{,}35$.

52.
a. De tegenbewering heeft het alleen over verlengen van de levensduur.

b. Nee, omdat 1135 zelfs kleiner is dan 1150.

53. X met $\mu_X = 85$ en $\sigma_X = 15$

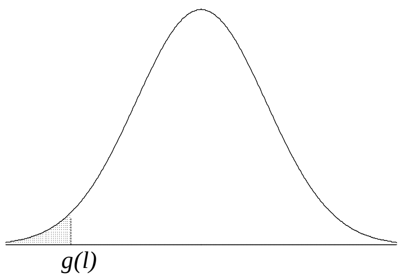


a. H_0 : $\mu_X = 85$, H_1: $\mu_X > 85$ α = 0,1 en n = 30
Er moet dan gelden : verwerp H_0 als geldt: $\overline{X} > g$

$$P(\overline{X} \ge g \,|\, \mu_{\overline{X}} = 85 \text{ en } \sigma_{\overline{X}} = \frac{15}{\sqrt{30}}) = 0{,}10 \Leftrightarrow P(\overline{X} \le g) = 0{,}9.$$

⇒ invNorm (0.9 , 85 , $\frac{15}{\sqrt{30}}$) ≈ 88,51 ⇒ ***g* = 88,6**

Het beslissingsvoorschrift wordt : **Verwerp H_0 als $\overline{X}$ ≥ 88,6**



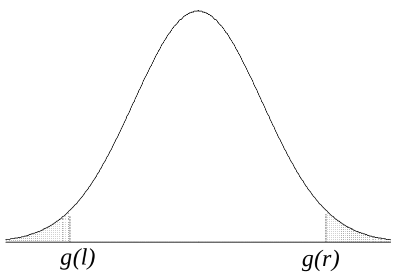
b. H_0 : $\mu_X = 85$, H_1: $\mu_X < 85$ α = 0,05 en n = 50
Er moet dan gelden : verwerp H_0 als geldt: $\overline{X} < g$

$$P(\overline{X} \le g \,|\, \mu_{\overline{X}} = 85 \text{ en } \sigma_{\overline{X}} = \frac{15}{\sqrt{50}}) = 0{,}05.$$

⇒ invNorm (0.05 , 85 , $\frac{15}{\sqrt{50}}$) ≈ 81,51 ⇒ ***g* = 81,5**

Het beslissingsvoorschrift wordt : **Verwerp H_0 als $\overline{X}$ ≤ 81,5**

c. H_0 : $\mu_X = 85$, H_1: $\mu_X \neq 85$ α = 0,01 en n = 200
Er moet dan gelden : verwerp H_0 als geldt: $\overline{X} \le g_l$ of $\overline{X} \ge g_r$



$P(\overline{X} \leq g_l \,|\, \mu_{\overline{X}} = 85 \text{ en } \sigma_{\overline{X}} = \frac{15}{\sqrt{200}}) = 0{,}005$.

$\Rightarrow$ invNorm (0.9 , 85 , $\frac{15}{\sqrt{200}}$) $\approx$ 82,27 $\Rightarrow$ g_l **= 82,2**

Op grond van symmetrie geldt voor de rechtergrens:

g_r = 85 + 2,8 = 87,8

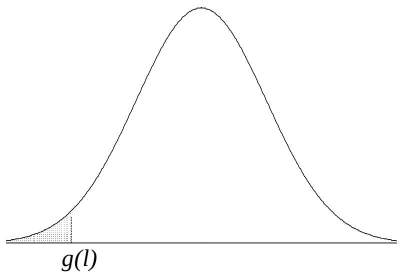
Het beslissingsvoorschrift wordt :

Verwerp H_0 als $\overline{X}$ $\leq$ 82,2 of $\overline{X}$ $\geq$ 87,8

54. X met $\mu_X = 12$ en $\sigma_X = 3$ waarbij X de afhandelingtijd van een bestelling is.

a. H_0 : $\mu_X = 12$, H_1: $\mu_X < 12$ en α = 0,05 en n = 25.

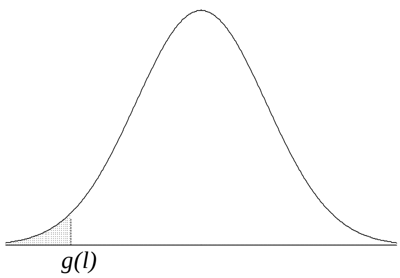
$P(\overline{X} \leq g_l \,|\, \mu_{\overline{X}} = 12 \text{ en } \sigma_{\overline{X}} = \frac{3}{\sqrt{25}}) = 0{,}05 \Rightarrow$



g = invNorm(0.05 , 12 , 0.6) $\approx$ 11,01 $\Rightarrow$ Bij steekproefgemiddelden van 11,0 minuten of minder zal men veronderstellen dat de afhandelingtijd verminderd is.

b. H_0 : $\mu_X = 12$, H_1: $\mu_X < 12$ en α = 0,01 en n = 80.

$P(\overline{X} \leq g_l \,|\, \mu_{\overline{X}} = 12 \text{ en } \sigma_{\overline{X}} = \frac{3}{\sqrt{80}}) = 0{,}01 \Rightarrow$



g = invNorm(0.01 , 12 , $\frac{3}{\sqrt{80}}$) $\approx$ 11,22 $\Rightarrow$

Het steekproefgemiddelde is 11 min en 18 sec en dat is 11,3 min. Het resultaat is meer dan 11,2 min $\Rightarrow$ H_0 wordt niet verworpen. $\Rightarrow$ Geen aanleiding om te concluderen dat de afhandelingtijd is afgenomen.

55. Stel X is het gewicht van een pakje margarine.

H_0 : $\mu_X = 500$, H_1: $\mu_X > 500$ en α = 0,05 en n = 100

Aangezien het steekproefresultaat bekend is , berekenen we meteen de overschrijdingskans:

$\Rightarrow P\left(\overline{X} > 500{,}4 \,\middle|\, \mu_{\overline{X}} = 500 \text{ en } \sigma_{\overline{X}} = \frac{1{,}5}{\sqrt{100}}\right) =$ normalcdf (500.4 , 10^{99} , 500 , 0.15) $\approx$

0,004 < 0,05 $\Rightarrow$ Verwerp H_0 $\Rightarrow$ De productieafdeling krijgt gelijk .

56. Stel X is het gewicht van een zak aardappelen.

H_0 : $\mu_X = 5$, H_1: $\mu_X < 5$ en α = 0,025 en n = 50.

Aangezien het steekproefresultaat bekend is , berekenen we meteen de overschrijdingskans:

$\Rightarrow P\left(\overline{X} < 4{,}76 \,\middle|\, \mu_{\overline{X}} = 5 \text{ en } \sigma_{\overline{X}} = \frac{0{,}4}{\sqrt{50}}\right) =$

normalcdf (-10^{99} , 4.76 , 5 , 0.056…) ≈ 0,000 < 0,025 $\Rightarrow$
Verwerp $H_0 \Rightarrow$ De consumentenorganisatie krijgt gelijk .

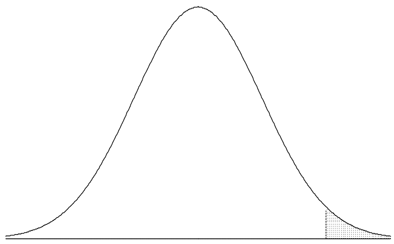
57. μ = 4 mg en σ = 0,12 mg.

a. P(tablet werkt goed) = P(3,8 < X < 4,2) = normalcdf (3.8 , 4.2 , 4 , 0.12) ≈ 0,904

b. $H_0: \mu_X = 4$, $H_1: \mu_X \neq 4$ en α = 0,05 en n = 50
Het steekproefresultaat is **kleiner** dan 4 $\Rightarrow$ De overschrijdingskans wordt nu:
$P\left(\overline{X} \leq 3{,}95 \middle| \mu_{\overline{X}} = 4 \text{ en } \sigma_{\overline{X}} = \dfrac{0{,}12}{\sqrt{50}}\right)$ = normalcdf $\left(-10^{99}, 3.95, 4, \dfrac{0.12}{\sqrt{50}}\right) \approx 0{,}002 < 0{,}025 \Rightarrow$
verwerp $H_0 \Rightarrow$ Het gemiddelde wijkt duidelijk af van 4 mg.

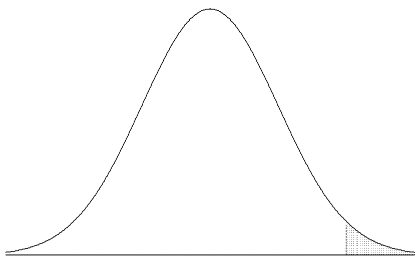
c. P(tablet werkt niet goed) = $P(X \leq 3{,}8$ of $X \geq 4{,}2) = P(X \leq 3{,}8) + P(X \geq 4{,}2)$ =
normalcdf (-10^{99} , 3.8 , 3.95 , 0.12) + normalcdf (4.2 , 10^{99} , 3.95 , 0.12) =
0,1056…. + 0,0186….. ≈ 0,124 $\Rightarrow$ 12,4% van de tabletten werkt dan niet goed.

58. $H_0: \mu_X = 40$, $H_1: \mu_X > 40$ en α = 0,05 en σ = 8


g(r)

a. Steekproef van 25. Rechtseenzijdige steekproef.
$P\left(\overline{X} \geq g \middle| \mu_{\overline{X}} = 40 \text{ en } \sigma_{\overline{X}} = \dfrac{8}{\sqrt{25}}\right) = 0{,}05 \Leftrightarrow$
$P\left(\overline{X} \leq g\right)$ = 0,95 $\Rightarrow$
g = invNorm (0.95 , 40 , 1.6) = 42,63 $\Rightarrow$
Bij gemiddelden van 42,7 en hoger wordt H_0 verworpen.

b. Stel de steekproefgrootte is n .
We weten verder $H_0: \mu_X = 40$, $H_1: \mu_X > 40$ en α = 0,05
en n = ? $\Rightarrow$


40,5

$P\left(\overline{X} \geq 40{,}5 \middle| \mu_{\overline{X}} = 40 \text{ en } \sigma_{\overline{X}} = \dfrac{8}{\sqrt{n}}\right) \leq 0{,}05 \Leftrightarrow$
normalcdf $\left(40.5, 10^{99}, 40, \dfrac{8}{\sqrt{X}}\right) \leq 0{,}05 \Rightarrow$
Voer in : y_1 = normalcdf $\left(40.5, 10^{99}, 40, \dfrac{8}{\sqrt{X}}\right)$ en y_2 = 0.05 en
neem het window [0 , 800] X [0 ,0.2] $\Rightarrow$ Met de optie intersect vinden we X ≈ 692,6 $\Rightarrow$
Vanaf een steekproef van 693 of meer verwerpen we dan H_0.

59. Stel X is de lengte van de Nederlandse man.
$H_0: \mu_X = 183$, $H_1: \mu_X > 183$ en α = 0,01 en σ = 7 $\Rightarrow$ Er is een steekproef van 133 gedaan met een gemiddelde lengte van 193 . Dat resultaat is **meer** dan 183. We moeten dus de

volgende overschrijdingskans berekenen

$$P\left(\overline{X} \geq 197 \middle| \mu_{\overline{X}} = 183 \text{ en } \sigma_{\overline{X}} = \frac{7}{\sqrt{133}}\right) = \text{normalcdf}\left(197, 10^{99}, 183, \frac{7}{\sqrt{133}}\right) \approx 0{,}000 < 0{,}01 \Rightarrow$$

Verwerp dus H_0 $\Rightarrow$ de basketballers zijn dus gemiddeld langer.

60. Stel X is de trekkracht van de remkabels van toerfietsen.

a. Men beweert dat het gemiddelde minstens 800 N is. Het steekproefresultaat levert een gemiddelde van 785N op. Als het gemiddelde van 800 daardoor verworpen wordt dan zullen alle waarden boven de 800 ook zeker verworpen worden , want het verschil met het resultaat van de steekproef is dan alleen maar groter.

b. Bij $\mu = 800$ is de overschrijdingskans $P(\overline{X} \leq 785)$ groter dan bij een μ-waarde die groter is dan bij 800. Daarom wordt H_0 dan minder snel verworpen dan bij een grotere μ-waarde dan 800. Daarom is $\mu = 800$ gunstiger voor de fabrikant dan een μ-waarde groter dan 800 N.

61. Stel X is het aantal uur dat een Nederlander naar de televisie kijkt.
$H_0:\ \mu_X = 28{,}4$, $H_1:\ \mu_X < 28{,}4$ en $\alpha = 0{,}025$ en $\sigma = 2{,}4$

Steekproefresultaat van 27,6 uur bij 30 personen $\Rightarrow P\left(\overline{X} \leq 27{,}6 \middle| \mu_{\overline{X}} = 28{,}4 \text{ en } \sigma_{\overline{X}} = \frac{2{,}4}{\sqrt{30}}\right) =$

normalcdf $\left(-10^{99}, 27.6, 28.4, \frac{2.4}{\sqrt{30}}\right) \approx 0{,}034 > 0{,}025 \Rightarrow H_0$ wordt niet verworpen $\Rightarrow$

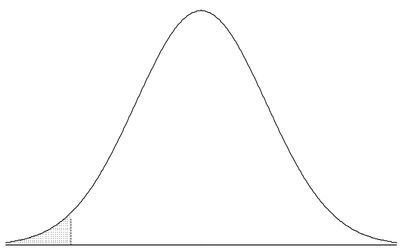
De medewerker van De Ster krijgt geen gelijk.

62. $\mu = 500$ gram en $\sigma = 4$ gram. X is het gewicht van de koffiebonen in een pak.

a. $H_0:\ \mu_X = 500$, $H_1:\ \mu_X < 500$ en $\alpha = 0{,}05$ en $\sigma = 4$.
Steekproef van $n = 50$
We moeten het gemiddelde gewicht van de steekproef berekenen opdat H_0 verworpen wordt. $\Rightarrow$

$$P\left(\overline{X} \leq g \middle| \mu_{\overline{X}} = 500 \text{ en } \sigma_{\overline{X}} = \frac{4}{\sqrt{50}}\right) = 0{,}05 \Rightarrow$$

$g = \text{invNorm}\left(0.05, 500, \frac{4}{\sqrt{50}}\right) \approx 499{,}07 \Rightarrow$


g(l)

Het gemiddelde gewicht per pak moet 499 gram of minder zijn om H_0 te verwerpen.

b. $H_0:\ \mu_X = 500$, $H_1:\ \mu_X > 500$ en $\alpha = 0{,}025$ en $\sigma = 4$. Steekproef van 25.

$$P\left(\overline{X} \geq 501{,}94 \middle| \mu_{\overline{X}} = 500 \text{ en } \sigma_{\overline{X}} = \frac{4}{\sqrt{25}}\right) = \text{normalcdf}(501.94 , 10^{99} , 500 ,0.8) \approx$$

$0{,}008 < 0{,}025 \Rightarrow H_0$ wordt dus verworpen $\Rightarrow$ Het hoofd van de afdeling krijgt dus gelijk.

c. Nu geldt : H_0 : $\mu_X = 500$, H_1: $\mu_X \neq 500$ en α = 0,005 en σ = 4. Steekproef van 25.
Het steekproefresultaat is 501,48 gram en dit is meer dan 500 gram. We moeten daarom de overschrijdingskans berekenen waarbij de waarden **groter** zijn dan 501,48. ⇒

$$P\left(\overline{X} \geq 501,48 \middle| \mu_{\overline{X}} = 500 \text{ en } \sigma_{\overline{X}} = \frac{4}{\sqrt{25}}\right) = \text{normalcdf}\left(501.48, 10^{99}, 500, \frac{4}{5}\right) \approx$$

0,032 > 0,025 ⇒ H_0 wordt niet verworpen ⇒ Het steekproefresultaat wijkt niet duidelijk af van 500 gram.